Übung 1: Die CES Nutzenfunktion und Methoden

Sommer 2020

29.04.2020

Aufgabe 1: Methoden ....

(a) Leiten Sie die folgende Funktion ab:

$$F(X, Z) = (X^a + Z^a)^{1/a}.$$

Was ist die Rechenregel für die Ableitung von verketteten Funktionen?

(b) Finden Sie ein Beispiel für zwei multiplikativ verbundene Funktionen $f(x)$ und $g(x)$, sodass gilt $h(x) = g(x) \cdot f(x)$. Leiten Sie sie nach x ab. Welche Regel wenden wir an?

Aufgabe 2: Die Substitutionselastizität ....

Nehmen Sie an die Produktion Y ist eine steigende Funktion $F(K, L)$ des Kapitals and der Arbeits-Inputs K und L. Die Substitutionselastizität ist wie folgt defniert:

$$\sigma = \frac{d\,(K/L)\,/(K/L)}{d\,(F_L/F_K)\,/\,(F_L/F_K)} \in [0, \infty),$$

wobei $d\,(K/L)\,/(K/L)$ die Prozentänderung in der Kapitalintensität K/L beschreibt und $d\,(F_L/F_K)\,/\,(F_L/F_K)$ die relative Änderung in der Grenzrate der technischen Substitution F_L/F_K, mit $F_K \equiv \partial F(K, L)/\partial K$ und $F_L \equiv \partial F(K, L)/\partial L$ als marginale Grenzproduktivität von Kapital und Arbeit.

(a) Was misst die Substitutionselastizität? Stellen Sie es intuitiv und grafisch dar.

(b) Berechnen Sie die Substitutionselastizität der folgenden CES (Constant Elasticity of Substitution) Produktionsfunktion:

$$F(K, L) = (K^\rho + L^\rho)^{1/\rho}.$$

(c) Wie verhält sich die Produktionsfunktion für die folgenden Werte $\sigma \to \infty$, $\sigma \to 1$, und $\sigma \to 0$? Illustrieren Sie die jeweiligen Isoquanten für alle drei Fälle und geben Sie eine intuitive Interpretation für jeden Fall.